حل مسئله در آموزش ریاضی: روندها و پیشرفت‌های اخیر

نویسنده: میخائیل ووسکوگلو[1]، دانشگاه پالِرمو، ایتالیا
مترجم: زهرا صباغ زاده فیروزآبادی، کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی

اشاره

در حالی که مطالعات حل مسئله[2]، اساساً بر روی توضیح فرآیند حل مسئله متمرکز می‌شد، بیشتر مشاهدات اخیر بر شناخت خصوصیات حل‌کنندهٔ مسئله متمرکز شده است که به حل موفقیت‌آمیز مسئله کمک می‌کند.

هدف از مقالهٔ حاضر، بحث دربارهٔ جریان اخیر فرآیند حل مسئله در آموزش ریاضی است.

مقدمه

از زمانی که آموزش ریاضی به‌طور غیرمنتظره به‌عنوان علمی مجزا مطرح شد تاکنون، «حل مسئله» به یکی از مؤلفه‌های آموزش ریاضی تبدیل شده است.

به‌نظر شونفیلد[3] (۱۹۸۳) یک مسئله زمانی مسئله است که شما ندانید چگونه به حل آن اقدام کنید. مسئله‌ای که شما را به شگفتی نیندازد و به‌راحتی توسط رویه‌های معمولی یا مشابه حل شود (مهم نیست چقدر سخت باشد) یک تمرین است؛ مسئله نیست.

در مقالهٔ اخیر (ووسکوگلو،۲۰۰۷) نقش مسئله برای یادگیری ریاضی بررسی شده است. در آنجا به بازبینی سیر تکامل حل مسئله از زمانی که پولیا[4] (۱۹۴۵-۱۹۶۳) اولین ایده‌اش را درباره این موضوع مطرح کرد تا دهه ۱۹۹۰ پرداخته شده است.

تاریخچهٔ اجمالی این جریان به شرح زیر است:

دههٔ ۱۹۷۰: آموزش ریاضی به‌طور غیرمنتظره‌ای به‌عنوان یک علم مجزا (روش‌های تحقیق اکثراً آماری بودند) و علم‌شناختی (نظریه‌های یادگیری و غیره) مطرح شد.

دههٔ ۱۹۸۰: توضیح چارچوب فرایند حل مسئله و دلایلی برای موفقیت یا شکست در حل مسئله؛ به‌عنوان مثال ببینید: شونفیلد (۱۹۸۵،۱۹۸۰)، لستر و گاروفالو و کرال[5] (۱۹۸۹) و غیره.

دهه۱۹۹۰: ارائهٔ مدل‌هایی از تدریس کاربرد حل مسئله، به‌عنوان مثال تدریس به شیوهٔ ساختارگرایی[6]؛ ببینید: جاورسکی[7] ۲۰۰۶ و ووسکوگلو ۲۰۰۷، شونفیلد ۲۰۰۲ و غیره)

هدف ما در این مقاله بحث در مورد جریان اخیر فرآیند حل مسئله در آموزش ریاضی است.

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، آموزش ریاضی، منابع، کنترل، استراتژی، رهیافت.

تمایلات اخیر در حل مسئله: تمرکز بر حل‌کنندهٔ مسئله

در حالی که در آغاز کار حل مسئله، اساساً بر روی توضیح فرآیند حل مسئله تمرکز می‌شد، بیشتر مشاهدات اخیر بر شناخت خصوصیات حل‌کنندهٔ مسئله متمرکز شده است؛ خصوصیاتی که به حل موفقیت‌آمیز مسئله کمک می‌کند.

شونفیلد (۱۹۸۵) در کتابش با عنوان «حل مسئله ریاضی[8]» به چارچوبی برای تحلیل اینکه چگونه و چرا افراد هنگامی که به حل مسئله می‌پردازند موفق می‌شوند (یا نمی‌شوند) اشاره کرده است. او استدلال می‌کند که چهار عامل برای فهم کیفیت و موفقیت در تلاش‌های حل مسئله لازم و کافی است:

۱. پایه دانش؛
۲. استراتژی‌های حل مسئله (راهیاب‌ها)[۹]؛
۳. کنترل: مراقبت[۱۰]، خودنظم‌دهی[۱۱] یافراشناخت[۱۲]؛
۴. باورها و اعمالی که از آن باورها ناشی می‌شود.

اکثر مطالعات اخیر نشان می‌دهد که برنامه‌ریزی و مراقبت یک وجه تمایز کلیدی در موفقیت حل مسئله می‌باشد و تأثیر دیگر ابعاد مؤثر مانند باورها، نگرش‌ها و هیجانات آشکار گردیده است (شونفیلد، ۱۹۹۲، دفرانکو[۱۳]، ۱۹۹۶، کارلسون[۱۴]، ۱۹۹۹ و دیگر).

لستر (۱۹۹۴) نتیجهٔ موافقی را ذکر کرد که عملکرد حل مسئله به‌عنوان تابعی از چندین عامل مستقل مانند دانش، کنترل، باورها و زمینه‌های اجتماعی- فرهنگی آشکار می‌گردد. او مشخص می‌کند که مسئله‌حل‌کن‌های «خوب» ریاضی مالک دانش زیادی هستند که بین دانش و نقشه‌های گران‌بهایشان به خوبی رابطه برقرار می‌کنند. آن‌ها به‌طور منظم مراقبت می‌کنند و تلاش‌های حل مسئله‌شان را نظم می‌بخشند و به فکر تولید حل‌های زیبا می‌باشند.

امروزه همه توافق دارند که حل مسئله به سختی تابعی از متغیرهای گوناگون یک تکلیف نیست، بلکه به‌عنوان مشخصاتی از حل‌کننده مسئله است. جیگر و گالبریت[۱۵] (۱۹۹۸) ادعا کرده‌اند که بین یادگیرنده و یک مسئله رابطه‌ای برقرار است که حائز اهمیت می‌باشد. مسئله یک رشته از انتزاعات نیست. مسئله حل‌کن‌های خوب ریاضی در طول حل مسئله از خود انعطاف نشان می‌دهند و به سمت استفاده از فرآیندهای محتوا محور قوی به جای استفادهٔ صرف از راهیاب‌های عمومی حرکت می‌کنند. آن‌ها هم‌چنین در سطح بالایی از خودآگاهی نقاط قوت و ضعفشان را ظاهر و بر ساختار و روابط تأکید شده در مسئله تمرکز می‌کنند (استیلمن[۱۶] و گالبریت، ۱۹۹۸).

کارلسون و بلوم[۱۷] (۲۰۰۵) با استفاده از آثار زیاد مرتبط با حل مسئله، طبقه‌بندی وسیعی از ویژگی‌های عمده حل مسئله را که به موفقیت در حل مسئله مربوط می‌شود، ترسیم کرده‌اند. ابعاد این طبقه‌بندی عبارت‌اند از:

منابع: درک ذهنی، دانش، حقایق و رویه‌های استفاده شده در طول حل مسئله؛

کنترل: شامل حل و اجرای منابع و استراتژی‌هایی است که به‌خوبی تعیین می‌کند کدام یک از حقایق، تکنیک‌ها و استراتژی‌های به کار برده شده، کارایی بهتری دارند؛ به‌عنوان مثال برنامه‌ریزی، مراقبت، تصمیم‌گیری و فعالیت‌های فراشناختی آگاهانه و غیره؛

روش‌ها: استراتژی‌های عمومی که هنگام کار با مسئله استفاده می‌شود مانند ساختن حکم و ایده‌های جدید، اجرای محاسبات و دسترسی به منابع؛

راهیاب‌ها: اکثر رویه‌ها و شیوه‌های خاصی که به هنگام کار با مسئله به کار گرفته می‌شود مانند رعایت تناسب[۱۸]، استفاده از نمودار یا جدول، جست‌وجو در مثال‌های معکوس[۱۹]، تغییر مسئله داده شده با یک مسئله ساده‌تر و غیره؛

اثرگذاری: شامل نگرش‌ها (رضایت، ایجاد انگیزه، علاقه)، باورها (اعتماد به نفس، غرور، پافشاری و غیره)، احساسات (لذت، ناامیدی، بی‌حوصلگی و غیره) و ارزش‌ها/اخلاق (کمال و خصوصیت ریاضیات).

کارلسون و بلوم برای جمع‌آوری داده‌ها، رفتارهای ۱۲ مسئله حل‌کن مجرب از بین ریاضیدان‌ها را، هنگامی که آن‌ها بر روی ۴ مسئله ریاضی کار می‌کردند، مورد مشاهده قرار دادند. تحلیل اولیه داده‌ها نشان داد که طبقه‌بندی آن‌ها به مشخص کردن تعدادی از رفتارهای بحرانی، که توسط ریاضیدانان در طول مطالعه‌شان نمایش می‌دادند، محدود شده است. سپس آن‌ها دوباره داده‌ها را با به کارگیری شیوهٔ اساسی تکنیک‌های کدباز[۲۰] تحلیل کردند (استراس و کربین[۲۱]، ۱۹۹۰).

نتایج چارچوب چند بعدی حل مسئله[۲۲] (MPS) چهار مرحله دارد: **جهت‌یابی، برنامه‌ریزی، عملی کردن** و **بازبینی**(این‌ها مراحل اصلی هستند که ریاضیدان‌ها در هنگام حل مسئله در جهت آن حرکت می‌کردند). مشاهده شده است که ریاضیدان‌ها ابتدا با فضای مسئله آشنا می‌شوند و سپس چرخهٔ برنامه‌ریزی، عملی کردن و بازبینی را در حین حل مسئله تکرار می‌کنند. بنابراین چارچوب به دو چرخه (چرخه برگشت و چرخه رفت) خلاصه می‌شود، که هر کدام از آن‌ها شامل سه مرحله برنامه‌ریزی، عملی کردن و بازبینی از ۴ مرحله است. هم‌چنین مشاهده شده است که با در نظر گرفتن شیوه‌های مختلف حل در طول مرحلهٔ برنامه‌ریزی از فرآیند حل مسئله، ریاضیدان‌ها در زمان‌هایی به زیرچرخهٔ حدس[۲۳]- تصویرسازی- ارزیابی(پذیرفتن/ردکردن) می‌پرداختند. این زیرچرخه برای کارلسون و بلوم، با مشاهدهٔ ریاضیدان‌ها و گوش دادن به توضیحات شفاهی‌شان که چگونه آن‌ها یک حل را تصویرسازی و در ذهنشان اجرا می‌کردند، بدیهی شد. بنابراین، جدا از دو چرخه اصلی، زیرچرخهٔ بالا که به مرحله برنامه‌ریزی مرتبط می‌باشد، در چارچوب گنجانده شد.

کارایی ریاضیدان‌ها در تصمیم‌گیری‌های برتر که منجر به مسیرهای سازنده می‌شود به توانایی‌های آن‌ها در ارتباط دادن خوب دانش، راهیاب‌ها و حقایق به‌یکدیگر برمی‌گردد که این ذخیرهٔ بزرگی برایشان است، همان‌طور که آن‌ها به خوبی توانایی مدیریت واکنش‌های هیجانی‌شان را دارند. دانشِ مفهومیِ به هم متصلِ خوبِ ریاضیدان‌ها به‌طور ویژه به‌عنوان یک صفت اساسی در تصمیم‌گیری مؤثر و اجرای کلی فرآیند حل مسئله ظاهر می‌شود.

نظریهٔ رفتارِ هدف-محور[24] برای حل مسئله

همان‌طور که در بخش قبل دیدیم، شونفیلد (1985a) چارچوبی را برای تحلیل فرآیند حل مسئله پیشنهاد کرد. اما این فقط یک چارچوب است، نه یک نظریه که به‌طور قاطع بیان کند چگونه و چرا چیزها با هم مناسب‌اند و به عبارت دیگر چرا افراد در طول فرآیند حل مسئله انتخاب‌های متفاوتی دارند. در ۲۰ سال بعد شونفیلد به ساخت یک شیوه نظری کار کرده است که تمام موارد بالا را توضیح داده و نتایجی به‌دست آورده است که بیان می‌کند حل یک مسئله به‌خوبی انجام فعالیت‌های بشری دیگر است؛ مانند پختن، تدریس یک درس و حتی تشریح مغز(!) که همگی نمونه‌هایی از رفتار هدف-محور هستند (شونفیلد، ۲۰۰۷).

مطابق مشاهدات شونفیلد، حوزهٔ ایده‌ال برای توسعهٔ چنین شیوهٔ نظری فرآیند تدریس یک درس می‌باشد که فعالیت حل مسئلهٔ هدف محورِ پویاست: معلم با دانش و اهداف آشکار وارد کلاس می‌شود. بعضی اوقات اداره یک درس آسان است، شخص آنچه را که برنامه‌ریزی شده است می‌پذیرد، اما بعضی اوقات این کار آسان نیست و معلم باید همان‌جا مطلب طراحی شده را با موقعیت متناسب سازد. در واقع، اکثر مردم در چنین مواقعی این‌طور عمل می‌کنند. آن‌ها اغلب دانش‌محور و معمولی هستند، اما گاهی اوقات همان‌جا به‌دنبال تصمیم‌های فوری می‌گردند. به گفتهٔ شونفیلد این رفتار هدف محور «اقدام در لحظه» توسط یک نظریه‌پرداز می‌تواند بدین صورت توضیح داده و مدل‌سازی شود: دانش، اهداف، جهت‌یابی و تشخیص موقعیت و تصمیم‌گیری، به بیان واضح‌تر:

دانش: مسلماً دانش اساس تمام رفتارهای شایسته است. اگرچه مهم‌ترین شکل دانش، سازمان‌دهی و دسترسی به آن است. بیشترین رفتار معمولی براساس دارایی شخصی «بسته‌های دانش» است که به‌عنوان نقشهٔ مفهومی (یا اسناد، چارچوب) شناخته می‌شود. برای مثال، اگر شما تشخیص دهید که یک مسئله ریاضی، مسئله ماکزیمم- می‌نیمم است بلافاصله می‌دانید که باید مشتق تابع را به دست آورید و آن را مساوی صفر قرار دهید و غیره.

اهداف: بسیاری از رفتارهای بشری را می‌توان به‌عنوان هدف محور در نظر گرفت، به عبارت دیگر، ما اقدام می‌کنیم زیرا می‌خواهیم به سمت بعضی از چیزها پیشرفت کنیم. اگر ما بر روی حل یک مسئله کار کنیم هدف صوری پیشروی به سمت پاسخ مسئله می‌باشد. اغلب طرحی را بنا می‌کنیم که زیرهدف‌هایی دارد. ما به سمت زیرهدف‌ها، حال یا پیشرفت به سمت آن‌ها (حرکت به سمت زیر هدف بعدی) یا یافتن جایگزینی دیگر کار می‌کنیم. بنابراین پیشرفت در یک مسئله می‌تواند به‌عنوان پایه‌ریزی و پیشروی به سوی تحقق یک سری از اهداف باشد.

جهت‌یابی و تشخیص موقعیت: تعمیم باورها شامل ارزش‌ها (به‌عنوان مثال مسئله از نوع ریاضیات محض یا کاربردی؟)، امیال و غیره. باورها رفتار را شکل می‌دهند، برای مثال شخصی که عقیده دارد مسائل کلامی[25] ریاضی صرفاً داستان‌هایی در پوشش تمرین‌های محاسباتی هستند در جواب تعداد اتوبوس‌های خواسته شده در یک مسئله به جای ۳۲خواهد نوشت: باقی‌مانده ۳۱ بر ۱۲.

تصمیم‌گیری: تصمیم‌گیری بسیاری از افراد به‌عنوان توانایی مدل‌سازیِ محاسباتِ مقادیرِ قابلِ پیش‌بینی تعبیر می‌شود که در آن کمیت‌ها ارزش‌های ذهنی[26] هستند که توسط اشخاص تعیین می‌شوند. به‌عنوان مثال همه می‌دانیم که تصمیم خرید یک بلیط بخت آزمایی در اصطلاحات ریاضی تصمیم بدی است، زیرا ارزش پیش‌بینی شده (که مساوی احتمال بردن ارزش واقعی X به قیمت بلیط جایزه) منفی است. اما از نظر یک شخص عادی قیمت بلیط کم و ارزش جایزه (برای یک زندگی ساده) زیاد می‌باشد. بنابراین ارزش پیش‌بینی شده که در این مورد مساوی با احتمال بردن ارزش ذهنی X به قیمت ذهنی بلیط جایزه می‌باشد، مثبت است. این مثال توجیه می‌کند که چرا افراد مختلف تصمیم‌های متفاوتی خواهند گرفت، زیرا ارزش‌های ذهنی آن‌ها متفاوت می‌باشد.

بار دیگر شما متوجه جهت‌یابی‌های شخصی شدید. شونفیلد استدلال می‌کند که شما می‌توانید ببینید چگونه اهداف و نتایج شخصی در اولویت قرار می‌گیرند،

تصمیم‌گیری بسیاری از افراد به‌عنوان توانایی مدل‌سازیِ محاسباتِ مقادیرِ قابلِ پیش‌بینی تعبیر می‌شود که در آن کمیت‌ها ارزش‌های ذهنی هستند که توسط اشخاص تعیین می‌شوند

سپس می‌توانید روال ممکن آن را مدل‌سازی کنید. بنابراین اهمیت این شیوه نظری برای حل مسئله این است، فهم این که «چگونه چیزها کار می‌کنند» می‌تواند به پیشرفت تمرین کمک کند. در حقیقت، هنگامی که شما بفهمید مهارت انجام بعضی از کارها چگونه می‌باشد، شما می‌توانید به دیگران کمک کنید تا آن را با موفقیت انجام دهند.

بحث و نتایج

همان‌طور که دیدیم طبقه‌بندی وسیعی توسط کارلسون و بلوم برای حل مسئله توسعه داده شده است که برای مشخص کردن جزئیات رفتارهای یک مسئله حل‌کن (ریاضیدان) در مطالعه‌شان کافی نبود. برای این منظور، براساس واکنش‌های ۱۲ ریاضیدان در طول فرآیند حل چهار مسئلهٔ داده شده، آن‌ها چارچوب حل مسئله چند بعدی (MPS) را ایجاد کردند که چرخه‌ای طبیعی از فرآیند حل مسئله را نشان می‌دهد.

این چارچوب مسلماً برای مسئله حل‌کن‌های مبتدی به همین ترتیب اتفاق نخواهد افتاد. در حقیقت، هر چند مطالعات زیادی خصوصیات مسئله حل‌کن‌های مبتدی و ماهر را مشاهده و مقایسه کرده است (مانند لش و آکرسترم[۲۷]، ۱۹۸۲ و شونفیلد ۱۹۸۵، ۱۹۸۹ و گیگر و گالبریت، ۱۹۹۸، استیلمن و گالبریت، ۱۹۹۸ و غیره) هنوز جنبه‌های زیادی از فرآیند حل مسئله آشکار نشده است. برای مثال، در حالی که آثار ادبی مؤید این مطلب است که کنترل و فراشناخت برای موفقیت در حل مسئله مهم هستند، اطلاعات زیادی نیاز است تا بفهمیم که چگونه این رفتارها در طول حل مسئله ظاهر می‌شوند و چگونه آن‌ها بر روی دیگر ویژگی‌های حل مسئله (منابع، راهیاب‌ها، اثر و غیره) که در فرآیند حل مسئله تأثیر داشته و گزارش شده‌اند اثر می‌گذارد.

موضوع جالب دیگر تلاش برای مقایسهٔ کارشناسانه اهمیت مدل شونفیلد (۱۹۸۰) با چارچوب MPS می‌باشد. در واقع شباهت‌های زیادی بین پنج مرحله شونفیلد و چهار مرحلهٔ چارچوب MPS وجود دارد. مرحله تحلیل مسئله با مرحلهٔ جهت‌یابی و تشخیص موقعیت، مرحلهٔ توضیح و طراحی با مرحلهٔ برنامه‌ریزی، مرحله اجرا با مرحله عملی کردن و سرانجام مرحلهٔ بازبینی با مرحلهٔ ارزشیابی متناظر می‌شود. به عقیده من به راستی مدل شونفیلد نسبت به آن چه که داده شده مزیت‌های زیادی دارد. برای هر مرحله، فهرستی از راهیاب‌های ممکن وجود دارد که می‌تواند در جهت موفقیت استفاده شود و بنابراین به نظر می‌رسد از لحاظ عملی مفیدتر باشد.

ما باید بعضی از نظرات را برای نظریه رفتار هدف‌محور در حل مسئله بپذیریم. بدون شک قبول داریم که از طریق این نظریه شخص به فهم بهتری از این که «چگونه چیزها کار می‌کنند» برای حل مسئله می‌رسد. به هر حال، معلم در جهت استفاده از این نظریه به پیشرفت تمرین، در ابتدا جهت‌یابی دانش‌آموزانش را می‌فهمد و سپس سعی می‌کند چیزی را که مانع کارایی حل مسئله شده است، با پرداختن مناسب به هر مورد از فعالیتش، تغییر دهد. برای مثال، اگر یک دانش‌آموز عقیده دارد که مهم‌ترین چیز برای حل مسئله فرمول‌های حفظی یا تکنیک‌ها هستند، او در مسئلهٔ داده شده سعی خواهد کرد تا آن را بیشتر به‌وسیله تکنیک‌های اخیری که یاد گرفته است حل کند. بنابراین در این مورد معلم باید مسائلی به او بدهد که نیاز به بعضی حرکت‌های اضافی در جهت حل آن باشد. با این وجود عقیدهٔ قوی من این است که فهم جهت‌یابی‌های دانش‌آموزان وظیفه مشکلی است که جدا از تمرین‌های زیاد معلمان، وقت زیادی می‌گیرد، که این امر اغلب در عمل اتفاق نمی‌افتد (زیرا معلم ۳۰ یا بیشتر دانش‌آموز دارد). به هر حال، تا زمانی که جهت‌یابی‌های دانش‌آموزان معمولاً متفاوت است، فعالیت‌های مناسبی برای هر مورد پرداخته شده و این تکلیف معلم را خیلی سخت می‌کند.

به‌طور قطع، هر چند نظریه رفتار هدف محور برای حل مسئله ابزار مفیدی برای محققان آموزش ریاضی است اما به نظر می‌رسد برای کاربردهای عملی دبیران ریاضی بسیار سخت باشد.

شونفیلد (۲۰۰۷) می‌پذیرد که هر چند نظریه‌اش می‌تواند به پیشرفت عمل کمک کند، ولی تضمین نمی‌کند که منجر به هر بهبودی خواهد شد. به‌علاوه او عقیده دارد که، هر چند ۴۰ سال یا بیشتر از زمانی که هر دو علوم شناخت و آموزش ریاضی با هم آمیخته شده‌اند، یک منظره تماشایی از پیشرفت ساخته شده است، اما به کار بیشتری نیاز است و او دربارهٔ طرح «صد ساله» صحبت می‌کند. ذهن پیچیده‌تر از جسم است، بنابراین در مقایسه با تحول در امر طبابت باید بپذیریم که پیشرفت در آموزش ریاضی با گذشت زمان زیاد، تحقق خواهد یافت.

پی‌نوشت‌ها

1. Michael Voskoglou

2. Problem solving
3. Schoenfeld
4. Polya
5. Lester, Galofalo & Kroll
6. Cunstructivist
7. Jaworski
8. Mathematical Problem Solving
9. Heuristics
10. Monitoring
11. Self-regulation
12. Metacognition
13. DeFranco
14. Carlson
15. Geiger & Galbraith
16. Stillman
17. Bloom
18. Observing symmetries
19. Counter examples
20. Open coding
21. Strauss & Corbin
22. Multidimensional problem solving framework
23. Conjecture
24. Goal - directed
25. Word problems
26. Subjective values
27. Lesh & Akerstorm

منابع

1. Carlson M. P. , 1999, The mathematical behavior of six successful mathematics graduate students: Influences leading to mathematical success, Educational studies in Mathematics, 40, 237-258.
2. Carlson M. P. & Bloom I., 2005, Thy cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework, Educational studies in Mathematics, 58,45-75.
3. De Bellis V. A. & Goldin G. A., 1997, The affective domain in mathematical problem – solving, in E. Pehkomen (ed.), Proceed. Of the 21st Conf. of the international group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, 209- 216.
4. DeFranco T. C., 1996, A perspective on mathematical problem-solving expertise based on the performances of male Ph.D. mathematicians, Research in Collegiate Mathematics, II Vol. 6, 195-213, American Mathematical Association, Providence, RL
5. Geiger V. & Galbraith P. , 1998, Developing a diagnostic framework for evaluating student approaches to applied mathematics problems, Int. J. Math.Educ. Sci. Techn., 29,533- 559.
6. Jaworski B. , 2006, Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching, J. of Mathematics Teacher Education, 9, 187- 211
7. Lesh R. & Akerstrom M. , 1982, Applied problem solving: Priorities for mathematics education research, in F. K. Lester & J. Garofalo (eds), Mathematical Problem Solving: Issues in Research, 117-129, Franklin Institute Press, Filadelphia.
8. Lester F. K., Garofalo J. & Kroll D. L., 1989, Self-confidence,interest, beliefs and metacognition: Key influences on problem-solving behavior, in D. B. Mcleod & V. M. Adams (eds), Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective, 75-88, Springer-Verlag, New York.
9. Lester F. K., 1994, Musings about mathematical problem solving research: 1970- 1994,,J. for Research in Mathematics Education, 25, 660-675.
10. Schoenfeld A. ,1980, Teaching Problem Solving skills, Amer. Math. Monthly, 87, 794-805.
11. Schoenfeld A. ,1983, The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts, For the Learning of Mathematics, 3, 40-47.
12. Schoenfeld A., 1985a, Mathematical problem solving, Orlando, FL: Academic Presss
13. Schoenfeld A. , 1985b, Problem solving in context (s), in E. A. Silver (Ed.), The teaching and Assessing of Mathematical Problem-Solving, Vol. 3, Reston, VA.
14. Schoenfeld A. , 1989, Explorations of students' mathematical beliefs and behavior, J. for Research in Mathematics Education, 20, 338-355.
15. Schoenfeld A., 1992, Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sensemaking in mathematics, in D. A. Grouws (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, 334-370, Macmillan Publishing Company, New York.
16. Schoenfeld A., 2002, A highly interactive discourse structure, in J. Brophy (Ed.), Social Constructivist Teaching: Its Affordances and Constraints (Vol. 9 of the series Advances in Research on Teaching), 131-170, New York : Elsevier
17. Schoenfeld A., 2007, Problem solving, teaching, and more: Toward a theory of goal-directed behavior, Proceed. CIEAEM 59, 48-52, Dobogok Hungary, 2007.
18. Stillman G. A. & Galbraith P. , 1998, Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students, Educ. Studies in Mathematics, 96, 157-189.
19. Strauss, A. L. & Corbin J. M. , 1990, Basics of Qualitative Research : Grounded Theory, Procedures and Techniques, Stage Publications, Newbury Park.
20. Voskoglou M., 2007a, Formalism and Intuition in Mathematics: The role of the problem, Quaderni di Ricerca in Didactica, 7, 113-120.
21. Voskoglou M., 2007b, The role of the teacher for the learning of mathematics, Proceed. CIEAEM 59, 278-283, Dobogoko-Hungary.